Απόκριση αξονοσυμμετρικής μικροφυσαλίδας σε ακουστικές διαταραχές

Ευθυμίου Κ., Τσιγκλιφής Κ., Πελεκάσης Ν.

Εργαστήριο Μηχανικής Ρευστών & Στροβιλομηχανών

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

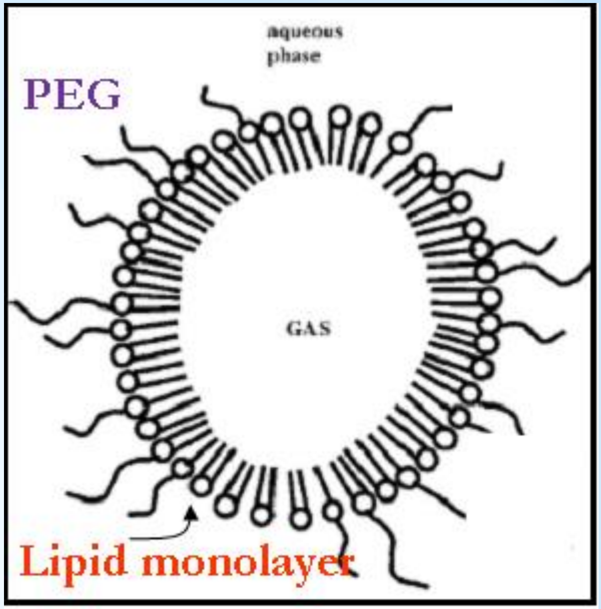
Χρηματοδότηση: Πρόγραμμα «ΑΡΙΣΤΕΙΑ Ι», Υ.ΠΑΙ.Θ.Π.Α.

8ο Πανελλήνιο συνέδριο «Φαινόμενα ροής ρευστών», 16 & 17-11-2012, Βόλος

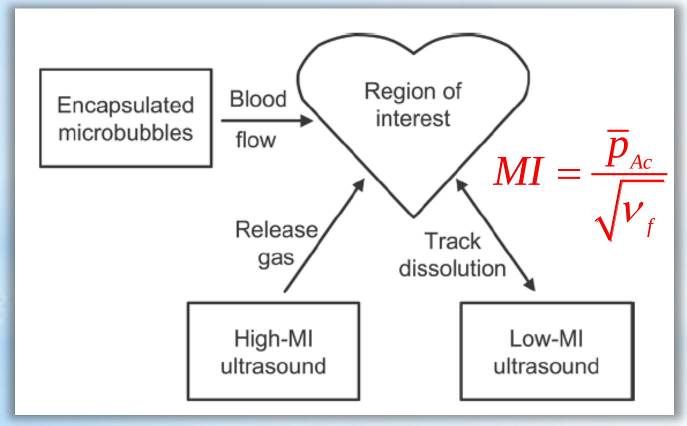
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Μικροφυσαλίδες (Contrast Agents)

- **Φυσαλίδες που περιβάλλονται από ελαστική μεμβράνη**
- **Εμπεριέχουν χαμηλής πυκνότητας ρευστό, συνήθως διαλυτό στο αίμα**
- **Έχουν διάμετρο της τάξης 1 έως 10 μm**
- **Μεμβράνη μονής στοιβάδας από πολυμερές, λιπίδιο ή πρωτεΐνη πάχους της τάξης 1 έως 30 nm**



Κίνητρο

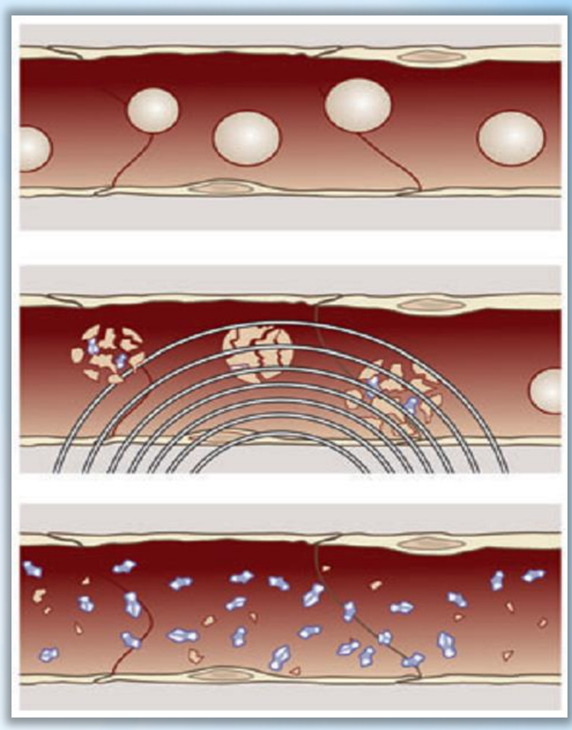


Βελτιωμένη απεικόνιση αιμάτωσης, μέσω μιας ακολουθίας υπερήχων χαμηλού και υψηλού Μηχανικού Δείκτη (MI)

- **Διαγνωστική ιατρική ⇒ Μέθοδος υπερήχων ⇒ Εκπομπή ισχυρού σήματος πίεσης από τη μικροφυσαλίδα, όταν διαταραχθεί το περιβάλλον ρευστό**

(Sboros et al. 2002, Frinking & de Jong, Postema et al., Ultrasound Med. Bio. 1998, 2004)

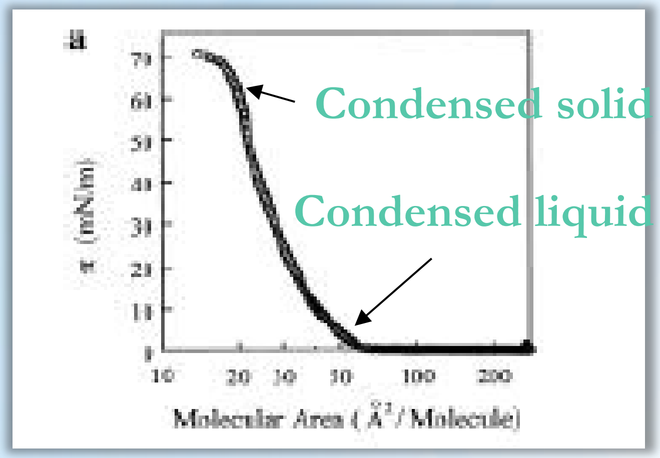
- Θεραπεία ασθενειών εσωτερικών οργάνων ⇒ Μεταφορά φαρμάκων στους ιστούς από τις μικροφυσαλίδες
(Klibanov et al., adv. Drug Delivery Rev., 1999,
Ferrara et al. Annu. Rev. Biomed., 2007)
- Γονιδιακή Θεραπεία ⇒ Μέθοδος Sonoporation ⇒ Δημιουργία πόρων στην επιφάνεια γειτονικών κυττάρων εξαιτίας του ροϊκού πεδίου που δημιουργεί η ταλαντούμενη μικροφυσαλίδα
(Marmottant & Hilgenfeldt, Nature 2003)



- Ανάγκη για εξειδικευμένη σχεδίαση Contrast Agents, ώστε να επιτευχθεί ελεγχόμενη ταλάντωση ή/και καταστροφή τους
- Ανάγκη για ανάπτυξη μοντέλων που θα καλύπτουν ευρύτερο φάσμα της συμπεριφοράς των Contrast Agents (π.χ.: μη γραμμική συμπεριφορά του υλικού του κελύφους, παραμορφώσεις σχήματος της μικροφυσαλίδας, μεταφορά μάζας στη διεπιφάνεια φυσαλίδας – ρευστού)
- Ανάγκη να κατανοηθούν οι πειραματικές παρατηρήσεις με σκοπό τον χαρακτηρισμό των Contrast Agents

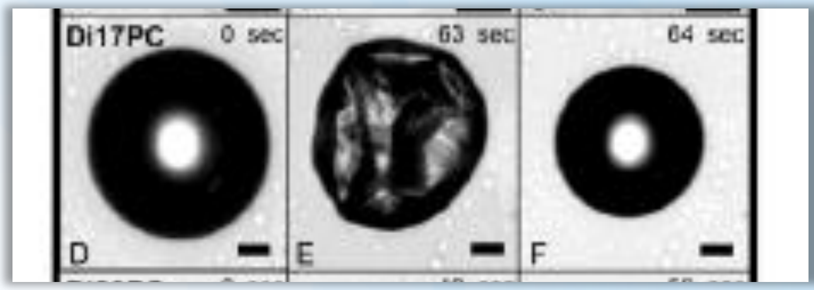
- Το κέλυφος της μικροφυσαλίδας παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό και τον έλεγχο της συμπεριφοράς της

Διάγραμμα φάσης



(Wang et al. J. Phys. Chem. 1996)

Στατική απόκριση μικροφυσαλίδας



Παραμορφώνεται όταν διαχυθεί αέριο στο περιβάλλον ρευστό διαπερνώντας το κέλυφος

(Borden & Longo, Langmuir, 2002)

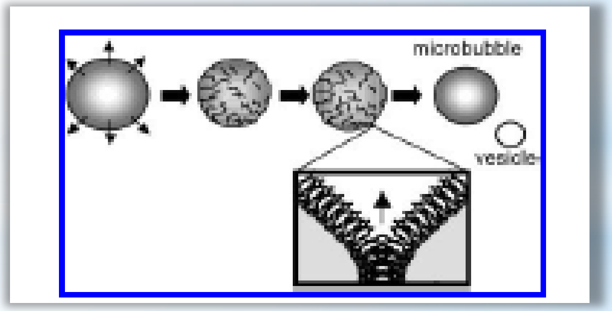
Δύο μηχανισμοί ανάκτησης σφαιρικού σχήματος:

- Αποβολή του πλεονάζοντος λιπιδίου (lipid shedding or budding)

  (Borden & Longo, Langmuir, 2002)

- Δημιουργία διπλής στοιβάδας (bilayer)

  (Lee et al., Annu. Rev. Phys. Chem, 2008)



Ανακτούν εκ νέου το σφαιρικό τους σχήμα μέσω ενός μηχανισμού, ο οποίος ενώνει τα υδρόφοβα στελέχη του λιπιδίου

Δυναμική απόκριση μικροφυσαλίδας

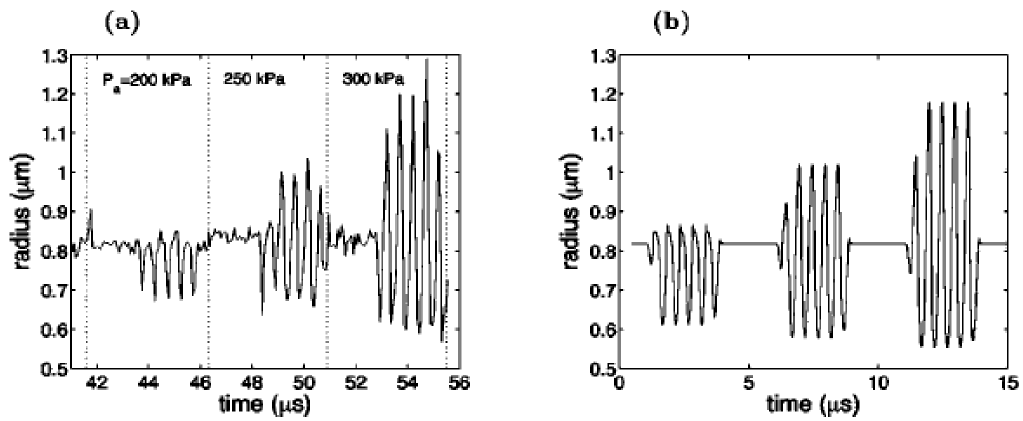
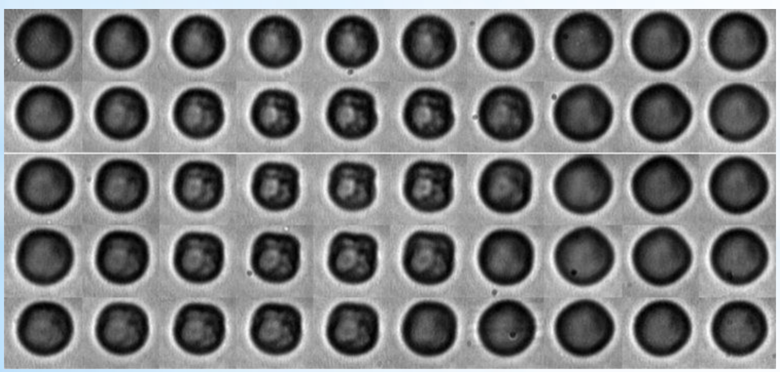
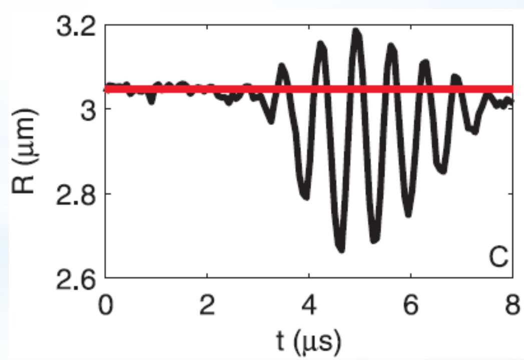


FIG. 8. (a) Experimental recordings of a BR14 bubble response to repeated 2 MHz pulses separated by 60 ms, with an increasing acoustic pressure. (b) Simulation with the same acoustic pressures. The fitted shell parameters are $R_{buckling}=R_0=0.82$ μm, $\chi=1$ N/m, $\kappa_s=7.2\times10^{-9}$ N, while the critical break-up is $\sigma_{break\text{-}up}=0.13$ N/m.

- **Οι μικροφυσαλίδες ταλαντώνονται εμφανίζοντας μεγαλύτερη συμπίεση απ’ ό,τι διόγκωση για μικρά πλάτη διαταραχών («Compression only» behavior), ενώ για μεγάλα πλάτη εμφανίζουν αντίθετη συμπεριφορά («Expansion only» behavior) (Marmottant et al., JASA, 2005)**





M. Overvelde,
Ph. D Thesis (2010)
Univ. Twente

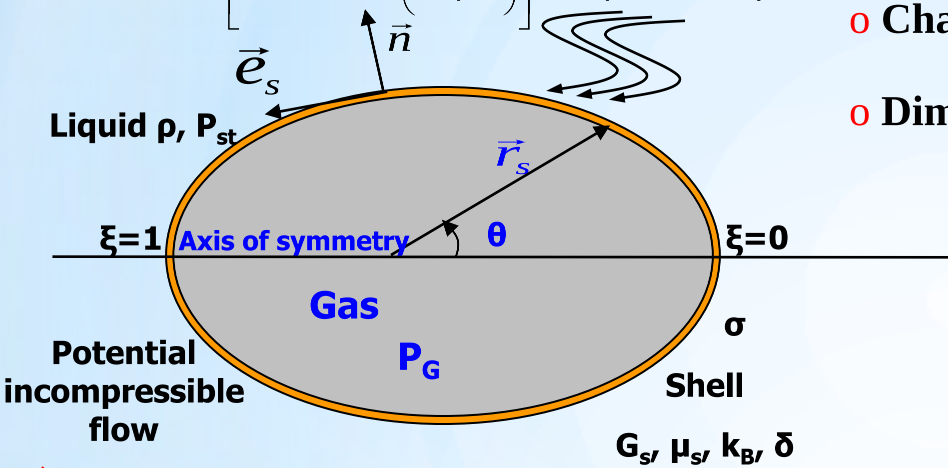
$P_{Ac}=40\text{kPa}, \quad \varepsilon=0.4$

$\text{BR}-14$

- **Όταν οι μικροφυσαλίδες εμφανίζουν «Compression only» συμπεριφορά, παραμορφώνονται κατά τη φάση της συμπίεσης**

Αξονοσυμμετρικές ταλαντώσεις μικροφυσαλίδας

$$P'_{\infty}(t') = P'_{st}\left[1+\varepsilon\cos\left(\omega_f t'\right)\right], \quad \omega_f = 2\pi v_f$$



$G_{S,2d} = \delta G_S$

- **Characteristic space and time scales:** $\boxed{R_{Eq},\ \sqrt{\rho R_{Eq}^3 / G_{S.2d}}}$
- **Dimensionless parameters:**

$$\boxed{\omega_f = \frac{\omega'_f}{\sqrt{G_{S,2d}/\left(\rho R_{Eq}^3\right)}}} \quad \boxed{P = \frac{P_{St}}{\rho G_{S,2d}^2 / R_{Eq}^2},} \quad \boxed{We = \frac{G_{S,2d}}{\sigma}}$$

$$\boxed{Re_l = \sqrt{\frac{\rho G_{S,2d} R_{Eq}}{\mu_l^2}}} \quad \boxed{B = \frac{k_B}{G_{S,2d} R_{Eq}^2}} \quad \boxed{Re_s = \sqrt{\frac{\rho G_{S,2d} R_{Eq}^3}{\mu_S^2}}}$$

- Αξονική συμμετρία
- Ιδανική, αστρόβιλη ροή υψηλού αριθμού Reynolds
- Ασυμπίεστο περιβάλλων ρευστό με ημιτονοειδή αλλαγή πίεσης στο άπειρο
- Ιδανικό αέριο εντός της φυσαλίδας που υπόκειται σε αδιαβατική μεταβολή
- Πολύ λεπτό ιξωδοελαστικό κέλυφος του οποίου η συμπεριφορά χαρακτηρίζεται από καταστατικό νόμο (π.χ. Hooke, Mooney-Rivlin ή Skalak)
- Το κέλυφος παρουσιάζει καμπτική σταθερά η οποία καθορίζει τις τάσεις μαζί με τις μεταβολές καμπυλότητας
- Παράμετροι του κελύφους: μέτρο επιφανειακής διαστολής $\chi=3G_s\delta$, διασταλτικό ιξώδες μ_s, σταθερές b ή C για ψευδοπλαστικά ή διασταλτικά κελύφη αντίστοιχα και μέτρο δυσκαμψίας k_B

- Το ιξώδες του κελύφους είναι πολύ μεγαλύτερο από αυτό του υγρού ($Re_s << Re_l$) $\Rightarrow$ Επομένως οι ιξώδεις τάσεις του υγρού θεωρούνται αμελητέες

- Το εφαπτομενικό ισοζύγιο δυνάμεων στο κέλυφος ικανοποιείται από την ισορροπία των ιξωδών και ελαστικών τάσεων του κελύφους

❖ Ισοζύγιο δυνάμεων στη διεπιφάνεια μικροφυσαλίδας – ρευστού:

$$\vec{r} = \vec{r}_s : \left(-P_L \underline{\underline{I}} + \frac{1}{\mathrm{Re}_L} \underline{\underline{X}} \right) \cdot \vec{n} + P_G \vec{n} = \frac{2k_m}{We} \vec{n} + \overrightarrow{\Delta F} = \frac{\left(\vec{\nabla}_s \cdot \vec{n} \right) \vec{n}}{We} + \overrightarrow{\Delta F},$$

$$\overrightarrow{\Delta F} = \Delta F_n \vec{n} + \Delta F_t \vec{e}_s = -\vec{\nabla}_s \cdot \underline{\underline{T}}, \quad \underline{\underline{T}} = \underline{\underline{\tau}}_{El} + \vec{q}\vec{n} + \underline{\underline{\tau}}_{Vis}$$

$\vec{\nabla}_s$: Επιφανειακός τελεστής, $\underline{\underline{T}}$: Τανυστής τάσεων

$\underline{\underline{\tau}}_{El}, \underline{\underline{\tau}}_{vis}$: Τανυστές ελαστικών και ιξωδών τάσεων

$\vec{q}\vec{n}$: Τανυστής διατμητικών τάσεων λόγω ροπών

❖ Ισοζύγιο ροπών στη διεπιφάνεια μικροφυσαλίδας – ρευστού:

$$\vec{\mathbf{q}} = \vec{\nabla}_s \cdot \underline{\underline{\mathbf{m}}} \cdot (\underline{\underline{\mathbf{I}}} - \vec{\mathbf{n}}\vec{\mathbf{n}}),$$ $\underline{\underline{\mathbf{m}}}$: Τανυστής ροπών

Καταστατικές σχέσεις για τις αναπτυσσόμενες ροπές:

$$\underline{\underline{\mathbf{m}}} = \mathbf{k}_B\left(\mathbf{I}_1,\mathbf{I}_2,\mathbf{k}_m\right)\cdot\left[\vec{\nabla}_s\vec{\mathbf{n}} - \mathbf{k}_m^R\left(\underline{\underline{\mathbf{I}}} - \vec{\mathbf{n}}\vec{\mathbf{n}}\right)\right]$$

$\mathbf{k}_m^R$ **: Μέση καμπυλότητα αναφοράς,** $\mathbf{k}_B$ **: Αντίσταση του κελύφους σε λυγισμό,** ν **: Λόγος Poisson**

$$m_s = \frac{k_B}{\lambda_\varphi}\left(K_s + \nu K_\varphi\right), \quad m_\varphi = \frac{k_B}{\lambda_s}\left(K_\varphi + \nu K_s\right)$$

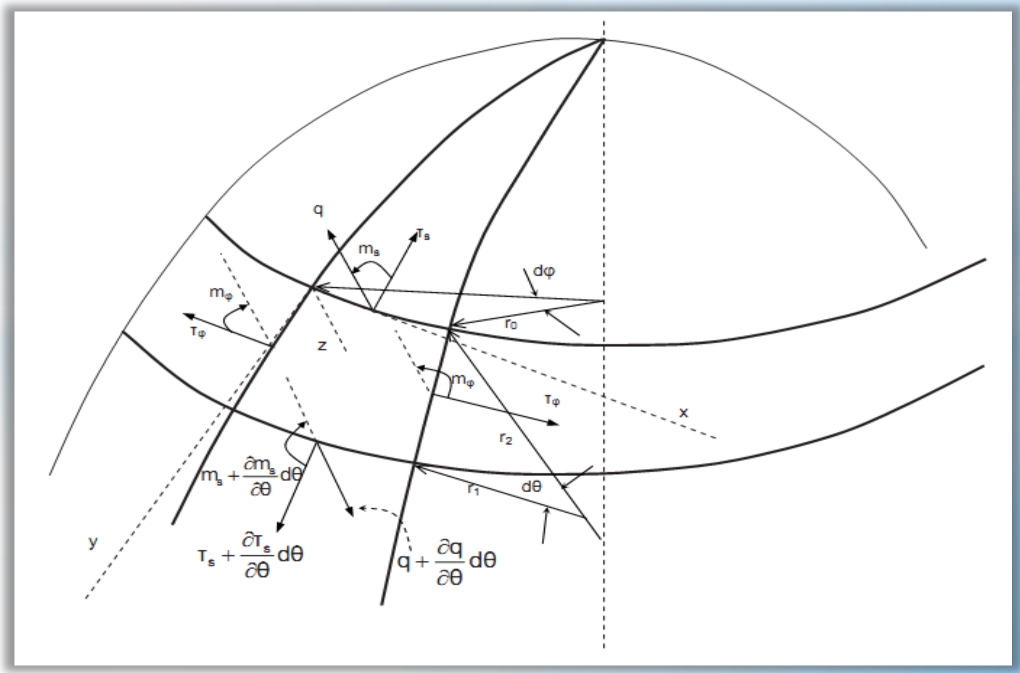
Για αξονική συμμετρία και μικρές αποκλίσεις από τις καμπυλότητες αναφοράς $k_s^R,\ k_\varphi^R$

$$K_s \equiv \lambda_s k_s - k_s^R, \quad K_\varphi \equiv \lambda_\varphi k_\varphi - k_\varphi^R$$

(Bending measures of strain, Zarda et al. 1977)
Σύμφωνα με τη θεωρία πλακών και κελυφών

$$k_B = \frac{3G_s\delta^2}{12\left(1-\nu^2\right)},$$ **3D ελαστικό στερεό μικρού πάχους h** (Timoshenko & Krieger, 1959)

Σχηματικό διάγραμμα των τάσεων και των των ροπών που αναπτύσσονται σε ένα κομμάτι του σφαιρικού κελύφους

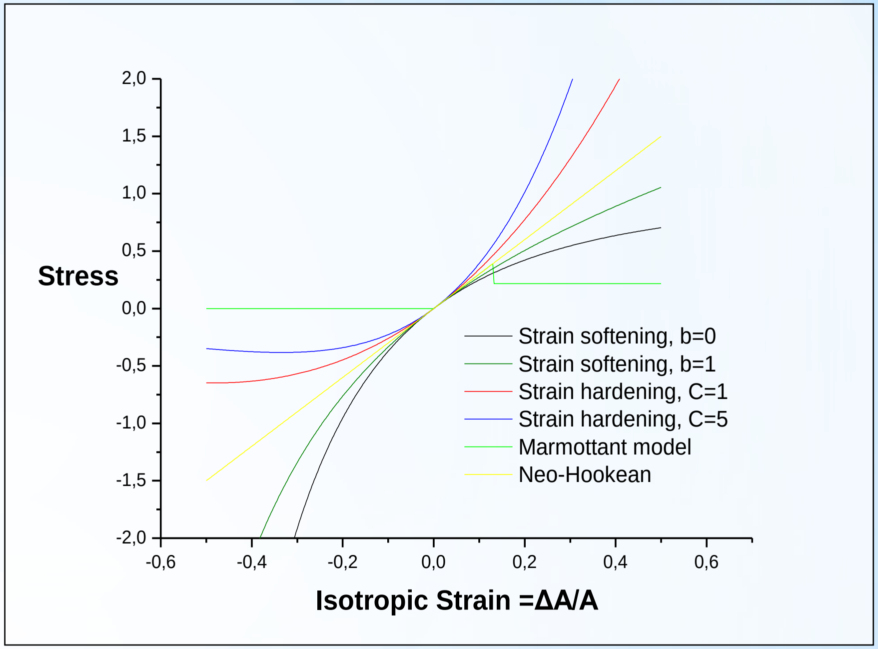


Καταστατικοί νόμοι κελύφους

- **Γραμμική συμπεριφορά ⇒ <u>Νόμος Hooke</u>**
Νόμος Kelvin–Voigt με ιξώδεις τάσεις:

$$T_1^H = G_S \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s}\left[\lambda^2 - 1\right] = K\left(\lambda^2 - 1\right) = K\frac{\Delta A}{A}$$

K: μέτρο επιφανειακής διαστολής
G$_s$: μέτρο διάτμησης
ν$_s$: λόγος Poisson επιφάνειας
ΔΑ/Α: Σχετική μεταβολή εμβαδού



- **Ψευδοπλαστικό υλικό (Strain softening)**
(π.χ.: λιπίδιο μονής στοιβάδας)
<u>Νόμος Mooney–Rivlin (2D):</u>

$$T_1^{MR} = \frac{G_{MR}\left(\lambda^4 + \lambda^2 + 1\right)}{\lambda^6}\left[\lambda^2 - 1\right]\left[\Psi + \lambda^2\left(1-\Psi\right)\right], \quad 0 \le \Psi \le 1$$

Ψ=1-b : βαθμός ομαλότητας

- **Διασταλτικό υλικό (Strain hardening)**
(π.χ.: ερυθρά αιμοσφαίρια με κέλυφος από λιπίδιο διπλής στοιβάδας)
<u>Νόμος Skalak:</u>

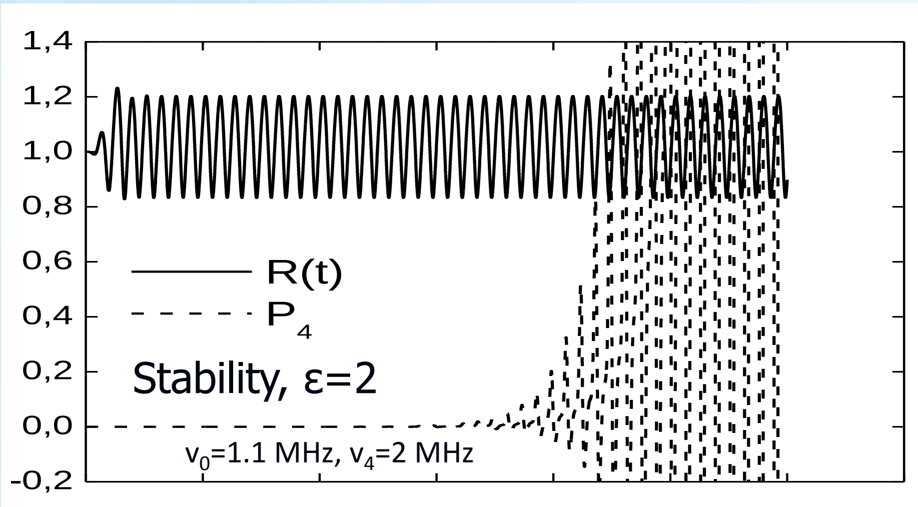
$$T_1^{SK} = G_{SK}\left[\lambda^2 - 1\right]\left[1 + C\lambda^2\left(1+\lambda^2\right)\right], \quad 1 \le C,$$

C: βαθμός επιφανειακής συμπιεστότητας

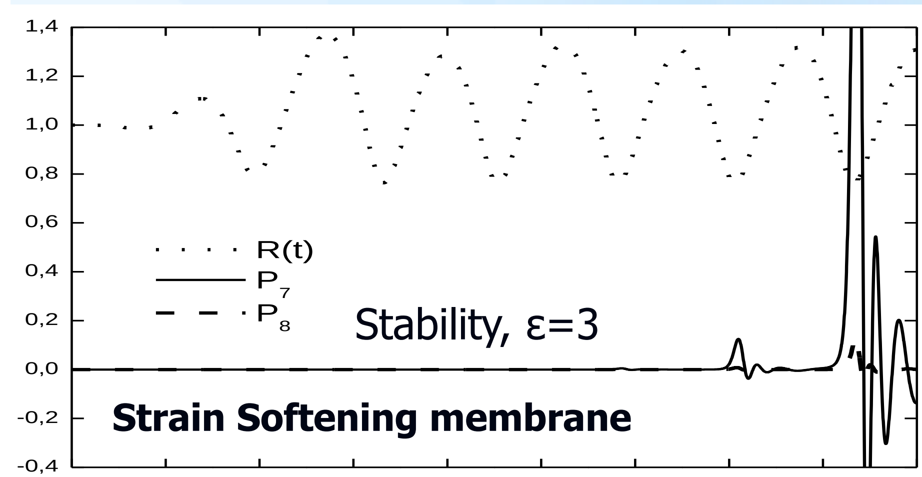
Παραμετρική ευστάθεια – Συντονισμός – Dynamic Buckling

$$R_{eq}=3.6\ \mu m,\ G_s=80\ MPa,\ \delta=1\ nm,\ \mu_s=20\ Pa\cdot s,\ b=0,\ \nu=0.5,$$
$$\rho_l=998\ {kg}/{m^3},\ P'_{st}=101325\ Pa,\ \gamma=1.07,\ \nu_f=1.7MHz,\ K_{BD}=3.0d-14Nm$$

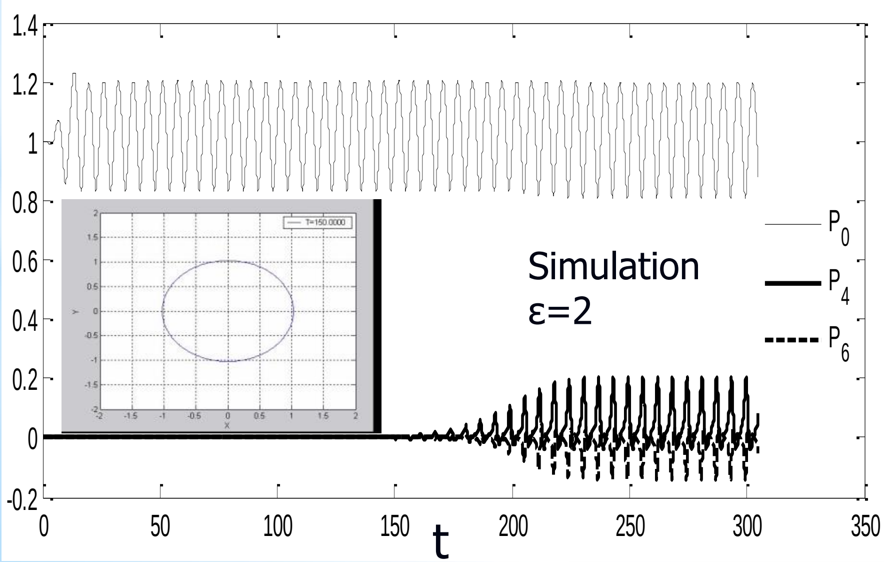
Saturation - Harmonic resonance

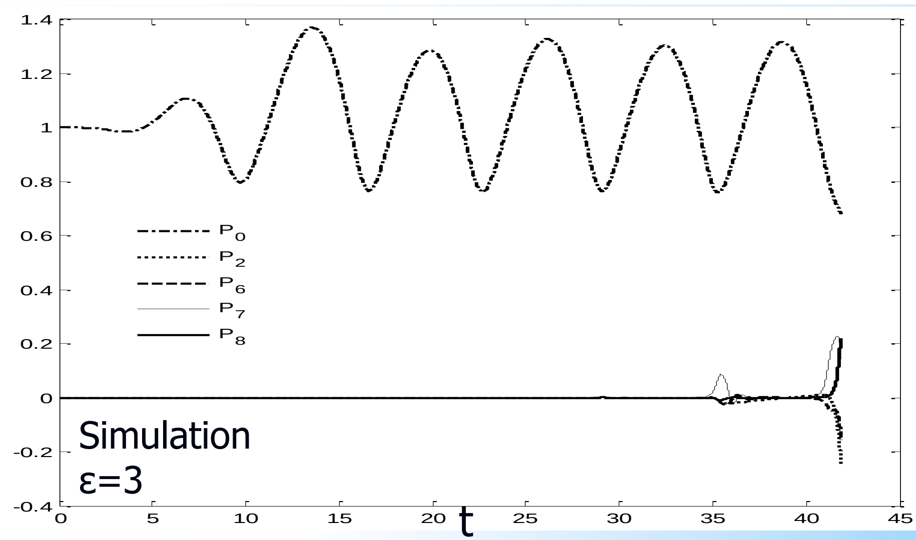


Transient Break-up



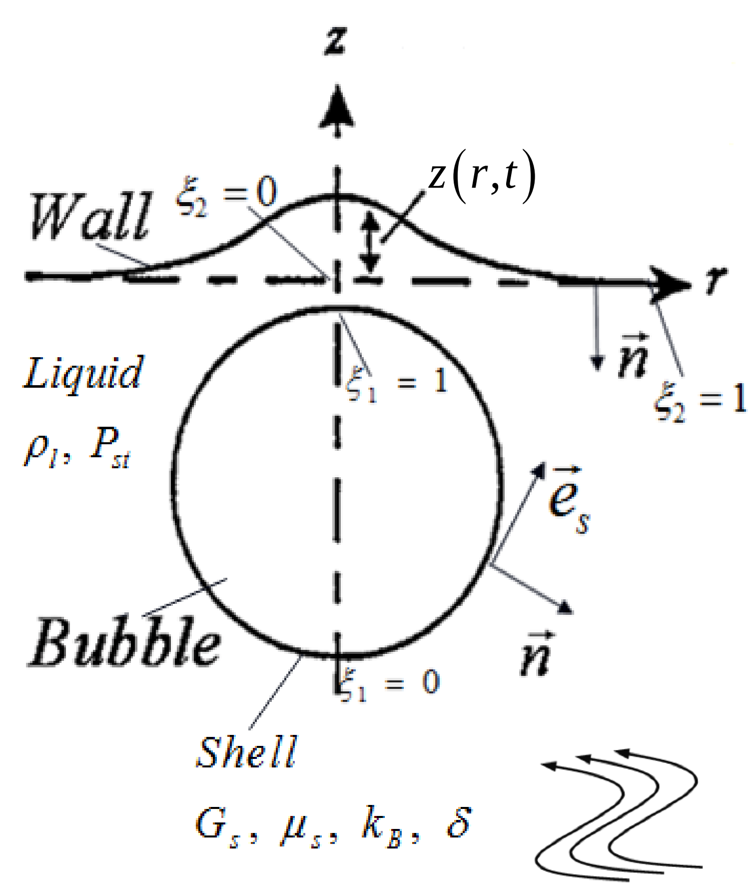
AMPLITUDE





Αξονοσυμμετρικές ταλαντώσεις μικροφυσαλίδας παρουσία γειτονικού τοιχώματος

Σχηματική απεικόνιση – Διέπουσες εξισώσεις



$$P'_\infty(t') = P'_{st}\left[1+\varepsilon\cos\left(\omega_f t'\right)\right], \quad \omega_f = 2\pi\nu_f$$

Κινηματικές συνθήκες:

$$\left.\frac{dr}{dt}\right|_{r_0,z_0} = \frac{\Phi_\xi\cdot r_\xi + \frac{\partial\Phi}{\partial n} z_\xi\cdot\sqrt{r_\xi^2+z_\xi^2}}{r_\xi^2+z_\xi^2}, \qquad \left.\frac{dz}{dt}\right|_{r_0,z_0} = \frac{\Phi_\xi\cdot z_\xi - \frac{\partial\Phi}{\partial n} r_\xi\cdot\sqrt{r_\xi^2+z_\xi^2}}{r_\xi^2+z_\xi^2}$$

Δυναμική συνθήκη στη διεπιφάνεια φυσαλίδας – ρευστού:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)^2 + \frac{\Phi_\xi^2}{r_\xi^2+z_\xi^2}\right] + P_\infty - P_G + \frac{2k_m}{We} + \Delta F_n, \quad k_m = \vec{\nabla}_s\cdot\vec{n}$$

Λόγω αξονοσυμμετρίας ισχύουν για τη φυσαλίδα:

$$\frac{\partial z}{\partial\xi} = \frac{\partial\Phi}{\partial\xi} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi\partial n} = \frac{\partial^2 r}{\partial\xi^2} = 0 \qquad \text{στο } \xi_1 = 0,\ 1 \quad (\text{i.e. } r=0)$$

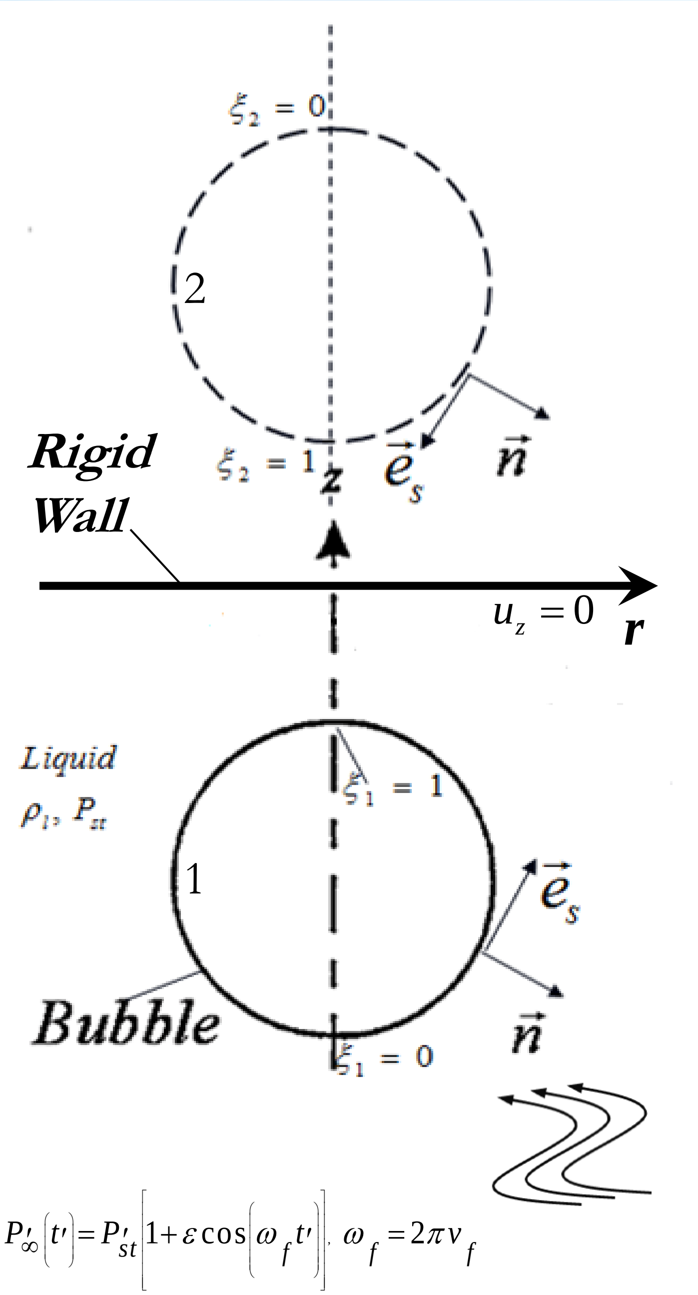
Ολοκληρωτική εξίσωση πάνω στις διεπιφάνειες φυσαλίδας και τοιχώματος:

$$\Phi(r_0,z_0,t) = \int_{S_b}\frac{\partial\Phi}{\partial n}(r,z,t)\,G(r_0,z_0,r,z)\,dS_b -$$

$$-\int_{S_b}\left[\Phi(r,z,t)-\Phi(r_0,z_0,t)\right]\frac{\partial G}{\partial n}(r_0,z_0,r,z)\,dS_b +$$

$$+\int_{S_w}\frac{\partial\Phi}{\partial n}(r,z,t)\,G(r_0,z_0,r,z)\,dS_w - \int_{S_w}\Phi(r,z,t)\frac{\partial G}{\partial n}(r_0,z_0,r,z)\,dS_w$$

Διέπουσες εξισώσεις (συν.)



Θεώρηση στερεού τοιχώματος:

Σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε δεύτερη φυσαλίδα συμμετρικά ως προς τον άξονα r (θετικός ημιάξονας z)

Η επίλυση των κινηματικών συνθηκών και της δυναμικής συνθήκης γίνεται με πεπερασμένα στοιχεία και προκύπτουν η θέση της διεπιφάνειας και το δυναμικό της ταχύτητας κοντά στη διεπιφάνεια. Λόγω της συμμετρίας λύνουμε μόνο για τη μία φυσαλίδα.

Για την εύρεση της κάθετης ταχύτητας στη διεπιφάνεια επιλύουμε την ολοκληρωτική εξίσωση πάνω στις δύο διεπιφάνειες των φυσαλίδων με χρήση συνοριακών στοιχείων:

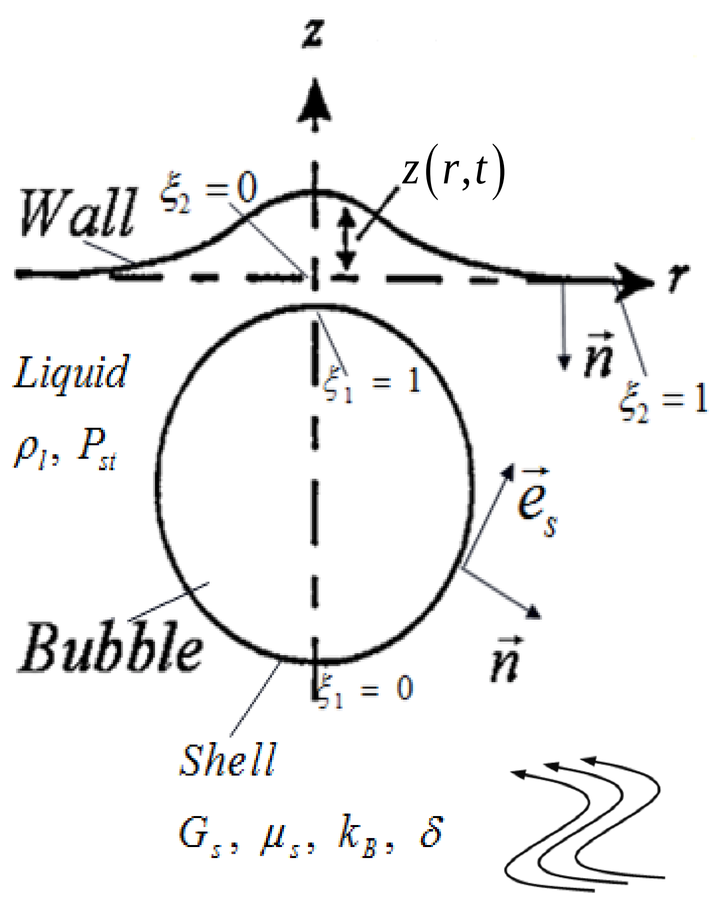
$$\Phi(r_0,z_0,t) = \int_{S_{b1}} \frac{\partial \Phi}{\partial n}(r,z,t)\,G(r_0,z_0,r,z)\,dS_{b1} -$$

$$-\int_{S_{b1}} \left[\Phi(r,z,t)-\Phi(r_0,z_0,t)\right]\frac{\partial G}{\partial n}(r_0,z_0,r,z)\,dS_{b1} +$$

$$+\int_{S_{b2}} \frac{\partial \Phi}{\partial n}(r,z,t)\,G(r_0,z_0,r,z)\,dS_{b2} - \int_{S_{b2}} \Phi(r,z,t)\frac{\partial G}{\partial n}(r_0,z_0,r,z)\,dS_{b2}$$

Το πεδιακό σημείο (r_0,z_0) βρίσκεται τη μια φορά στη διεπιφάνεια της φυσαλίδας 1 και την άλλη στη διεπιφάνεια της 2

Διέπουσες εξισώσεις (συν.)



$$P'_{\infty}(t') = P'_{st}\left[1+\varepsilon\cos\left(\omega_f t'\right)\right], \quad \omega_f = 2\pi\nu_f$$

Θεώρηση του τοιχώματος ως ελεύθερη επιφάνεια:

Οι κινηματικές συνθήκες παραμένουν οι ίδιες και για το τοίχωμα.

Δυναμική συνθήκη στη διεπιφάνεια τοιχώματος – ρευστού:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)^2 + \frac{\Phi_\xi^2}{r_\xi^2 + z_\xi^2}\right] + P_\infty - P_{st} + \frac{2k_m}{We}, \quad k_m = \vec{\nabla}_s \cdot \vec{n}$$

Η επίλυση τους γίνεται FEM και παίρνουμε τη θέση της διεπιφάνειας τοιχώματος – ρευστού και το δυναμικό της ταχύτητας κοντά στη διεπιφάνεια

Λόγω αξονοσυμμετρίας ισχύουν για το τοίχωμα:

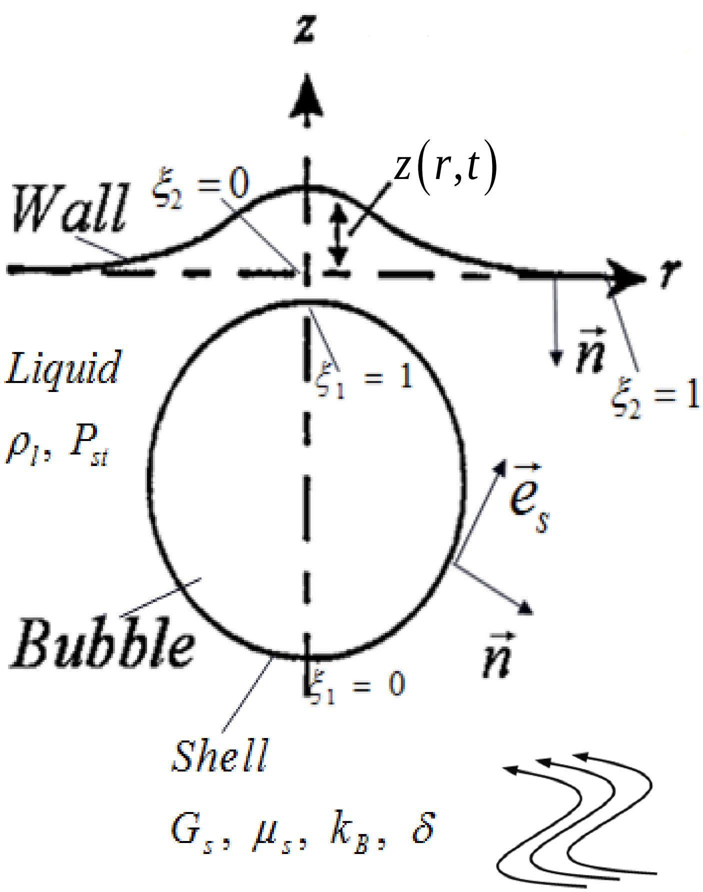
$$\frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial n} = \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} = 0 \qquad \text{στο } \xi_2 = 0 \ \text{(i.e. r = 0)}$$

Στο άπειρο ισχύουν για το τοίχωμα:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} = \frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \qquad \text{στο } \xi_2 = 1 \ \text{(i.e. r} = 20 \cdot R_0)$$

Το πεδιακό σημείο (r_0,z_0), που χρησιμοποιείται στην ολοκληρωτική εξίσωση, βρίσκεται τη μια φορά στη διεπιφάνεια της φυσαλίδας και την άλλη στη διεπιφάνεια του τοιχώματος

Διέπουσες εξισώσεις (συν.)



$$P'_\infty(t') = P'_{st}\left[1+\varepsilon\cos\left(\omega_f t'\right)\right], \quad \omega_f = 2\pi\nu_f$$

Θεώρηση ελαστικού τοιχώματος:

Θεωρούμε μικρό πάχος για το τοίχωμα (λεπτότοιχο). Επομένως χρησιμοποιούμε τη θεωρία κελυφών για τη μοντελοποίηση της ελαστικής του συμπεριφοράς. (Παρόμοια προσέγγιση με αυτή της μικροφυσαλίδας)

Και σε αυτή την περίπτωση οι κινηματικές συνθήκες παραμένουν οι ίδιες για το τοίχωμα.

Δυναμική συνθήκη στη διεπιφάνεια τοιχώματος – ρευστού:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)^2 + \frac{\Phi_\xi^2}{r_\xi^2 + z_\xi^2}\right] + P_\infty - P_{tr} + \frac{2k_m}{We} + \Delta F_n, \quad k_m = \vec{\nabla}_s \cdot \vec{n}$$

Οι συνθήκες στο r=0 και $r=20*R_0$ παραμένουν οι ίδιες.

Και εδώ, το πεδιακό σημείο (r_0,z_0), που χρησιμοποιείται στην ολοκληρωτική εξίσωση, βρίσκεται τη μια φορά στη διεπιφάνεια της φυσαλίδας και την άλλη στη διεπιφάνεια του τοιχώματος

Αριθμητική Μεθοδολογία

Αλγόριθμος επίλυσης

$r(\xi,t),\quad z(\xi,t)$ $\qquad$ $\Phi(\xi,t)$

Καταστατικοί νόμοι για τις ελαστικές τάσεις και ροπές

Αδιαβατικός νόμος για το αέριο εντός της φυσαλίδας

Ολοκληρωτική εξίσωση Συνοριακά στοιχεία (BEM)

τ_{ab}, m_{ab} $\qquad$ P_G $\qquad$ $\dfrac{\partial \Phi}{\partial n}(\xi,t)$

Ισοζύγιο ορθών δυνάμεων και ροπών στη διεπιφάνεια φυσαλίδας-ρευστού και αντίστοιχα τοιχώματος-ρευστού

Δυναμική συνοριακή Συνθήκη (FEM)

4th order Runge-Kutta

Κινηματική συνθήκη για την κάθετη διεύθυνση στη διεπιφάνεια (FEM)

$\Phi(\xi,t+\Delta t)$ $\qquad$ $z(\xi,t+\Delta t)$

Ισοζύγιο εφαπτομενικών δυνάμεων στη διεπιφάνεια φυσαλίδας-ρευστού και αντίστοιχα τοιχώματος-ρευστού (FEM)

$r(\xi,t+\Delta t)$

Τρέχουσα & Μελλοντική εργασία

- **Ανάπτυξη κώδικα για τη διακριτοποίηση των διεπιφανειών φυσαλίδας – ρευστού και τοιχώματος - ρευστού**
- **Μελέτες περιπτώσεων (benchmarking) για αλληλεπίδραση φυσαλίδας χωρίς περίβλημα με:**
  - **στερεό τοίχωμα**
  - **ελεύθερη επιφάνεια**
  - **ελαστικό τοίχωμα**
- **Παραμετρική μελέτη της απόστασης φυσαλίδας από το τοίχωμα και καθώς και των ιδιοτήτων του τελευταίου στο σκεδαζόμενο σήμα**

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης